

# Visualizando sumas

Cómite organizador

Círculos  
Matemáticos



**Uptc**<sup>®</sup>

Universidad Pedagógica y  
Tecnológica de Colombia

11 de agosto de 2021

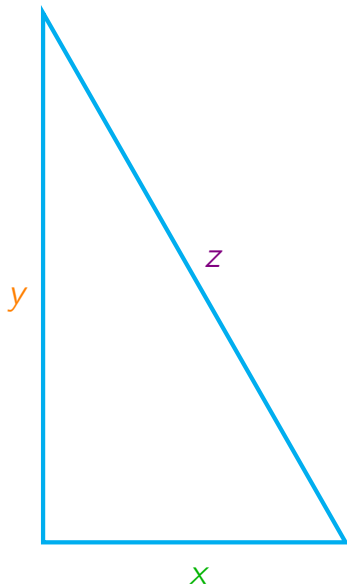


**MATEMÁTICAS**  
UPTC

Visualizar la serie geométrica:

$$1 + r + r^2 + r^3 + r^4 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} r^k$$

donde  $0 < r < 1$



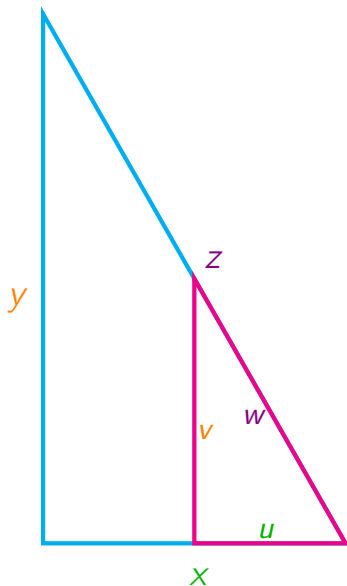
Triángulo rectángulo

Lados con longitudes:

$x$  (cateto más corto)

$y$  (cateto más largo)

$z$  (hipotenusa)



## Triángulos semejantes



Triángulo rectángulo

$x$  (cateto más corto)

$y$  (cateto más largo)

$z$  (hipotenusa)

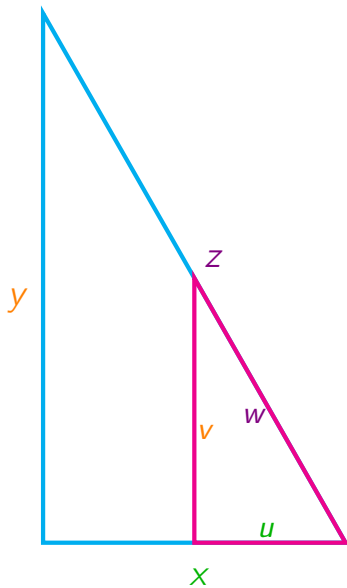


Triángulo rectángulo

$u$  cateto más corto

$v$  cateto más largo

$w$  hipotenusa



Triángulo rectángulo

$x$  (cateto más corto)

$y$  (cateto más largo)

$z$  (hipotenusa)



Triángulo rectángulo

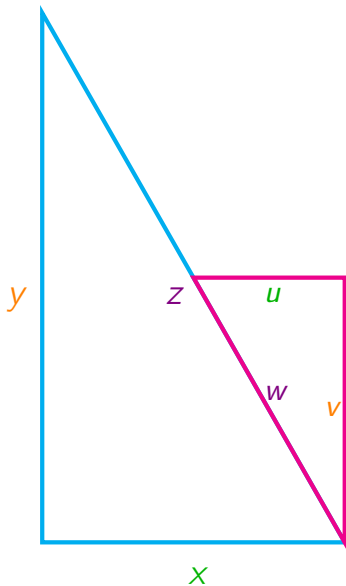
$u$  cateto más corto

$v$  cateto más largo

$w$  hipotenusa

En triángulos semejantes:

$$\frac{x}{u} = \frac{y}{v} = \frac{z}{w}$$



## Triángulos semejantes



Triángulo rectángulo

$x$  (cateto más corto)

$y$  (cateto más largo)

$z$  (hipotenusa)

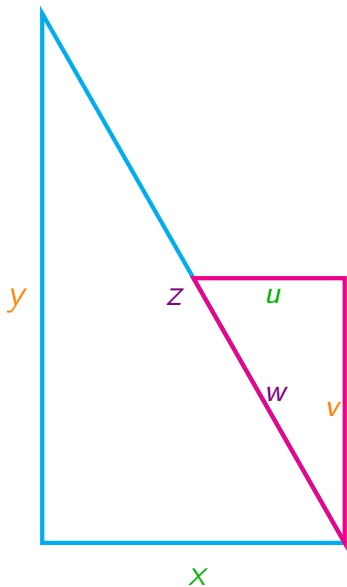



Triángulo rectángulo

$u$  cateto más corto

$v$  cateto más largo

$w$  hipotenusa




 Triángulo rectángulo

$x$  (cateto más corto)

$y$  (cateto más largo)

$z$  (hipotenusa)

 Triángulo rectángulo

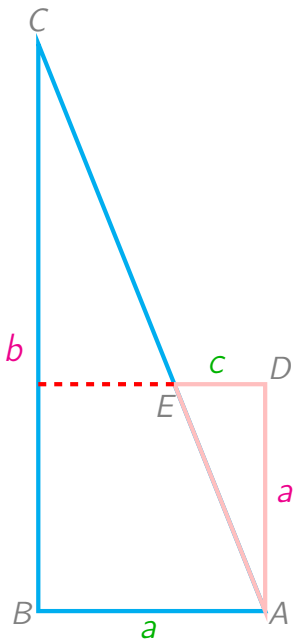
$u$  cateto más corto

$v$  cateto más largo

$w$  hipotenusa

En triángulos semejantes:

$$\frac{x}{u} = \frac{y}{v} = \frac{z}{w}$$



## Triángulos semejantes



$CBA$ :

$a$  cateto más corto

$b$  cateto más largo

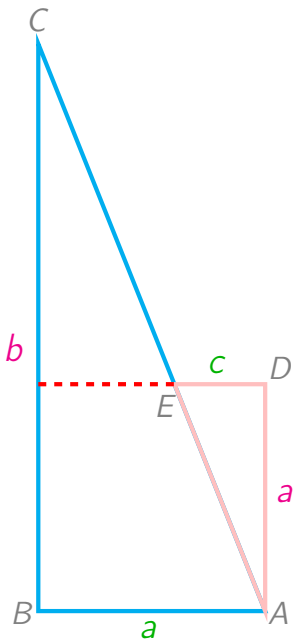


$ADE$ :

$c$  cateto más corto

$a$  cateto más largo





## Triángulos semejantes



*CBA*:

*a* cateto más corto

*b* cateto más largo



*ADE*:

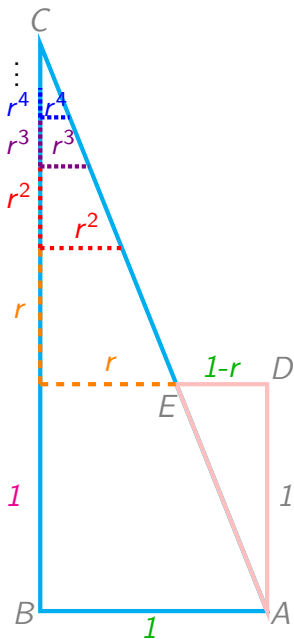
*c* cateto más corto

*a* cateto más largo

En triángulos semejantes:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{a}$$





$\triangle$  CBA:

$1$  cateto más corto

$$\sum_{k=0}^{\infty} r^k \text{ cateto más largo}$$

$\nabla$  ADE:

$1 - r$  cateto más corto

$1$  cateto más largo

En triángulos semejantes:

$$\frac{1}{1-r} = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} r^k}{1}$$

Hemos visualizado con triángulos semejantes, que para  $0 < r < 1$ ,  
la serie geométrica es igual a

$$1 + r + r^2 + r^3 + r^4 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} r^k = \frac{1}{1-r}$$



Roger B. Nelsen

*Demostraciones sin palabras, Ejercicios de pensamiento visual.*  
Mathematical Association of America.

# Agradecimientos

- Círculos Matemáticos Uptc: Liliana, Xiomara, Rafael, Julio, Julian
- Gráficas y animación en Beamer: Yeraldine, Leidy, Gilvar, Luis, Carlos y Alex
- Enlace página Escuela de Matemáticas y Estadística Uptc: Alex
- Sociedad Colombiana de Matemáticas: Círculos Matemáticos Colombia
- Mediadoras: Laura, Diana y Xiomara
- Y a ustedes por participar en esta sesión. **Gracias!**